

古墳の中の算数 ～古代中国の数学～

メモ)鉄本 2022.12.08

仁徳天皇陵古墳の築造について大林組が2000人/日によって15年8カ月の仕事量と積算している。巨大な建造物を成り行きに任せて工事を進めることはできない。前方部・後円部の盛土の体積、土砂・葺石を運搬する必要人員数、周濠の大きさと仕事量、人員への食糧数等、様々な数値が必要となる。そこで古代と云えども、何らかの「算数」はあったのではないかと考え、古代中国の文献を調べてみた。

1～2世紀の中国・後漢時代には『九章算術(きゅうしょうさんじゅつ)』という数学的知識が広く知られており、その知識が九章に分類され246問が収録されている。また、3世紀に活躍した劉徽(りゅうぎ)によって『海島算経(かいとうさんけい)』が著されている。劉徽は『九章算術』にも優れた注釈を残しており、これに対する評価が高い。

(注)『九章算術』が日本に渡来したのは平安時代であるが、古墳時代に技術を持った渡来人によって算術知識がもたらされた可能性は考えられる。

1.『九章算術』 (注)問題例は古代中国の度量単位名だが、ここでは現代語に変えている。

①第1章「方田章」: 全38問

矩形、三角形、円形、半円形、ドーナツ形など各種の平面の面積計算の解法 <加減乗除の説明>

前漢から後漢にかけての時期、1尺は約23cm。円周率は簡便的に3が用いられたが、小数点6桁まで正しく算出されていた。 *劉徽は3.1416まで算出している。

問題例: ドーナツ状の畑がある。内周は92m、外周は122m。畑の面積はいくらか。

②第2章「粟米(ぞくべい)章」: 全46問

各種農産物の交換率が決められ、一定の予算額によって購入できる農産物の量の計算法 <比例問題>

問題例: 576銭を出して大小の竹を合計78本買った。大小の竹それぞれの値段はいくらか。

③第3章「衰分(しぶん)章」: 全20問

等差をつけて配分する計算 <比例配分問題>

問題例: 今ある獲物10を、Aさん5、Bさん3、Cさん2の割合で按分するとそれぞれいくつか。

④第4章「少広章」: 全24問

面積・体積計算 面積と一辺の長さから他の一辺の長さを求めるなど <方田章の逆>

開平(平方根のこと)、開立(立方根のこと)を用いて、面積や体積を計算

問題例: 面積が300平方メートルの円がある。円周の長さはいくらか。

⑤第5章「商功章」: 全28問

体積計算 土木工事の工程を計算。立体の体積、容積を計算。 <土木工事問題>

問題例: 土地を1万立方メートル掘った。その土を築き固めた場合Aと、柔らかく築いた場合Bのそれぞれの体積はいくらか。定数は、掘り抜いた跡を4とすると、Aは3、Bは5である。

⑥第6章「均輪章」: 全28問

田租の運搬、労費を距離の遠近によって調整計算する問題。

問題例: 一日に重さ17kgの籠を背負って、76mの距離を50回運んだ。では10kgの重さの籠を背負って100mの距離を何回運ぶことができるか。

⑦第7章「盈(えい)不足章」: 全20問

ツルカメ算と同様 * 盈(えい)とは余りという意味 < 複仮定法による解法 >

問題例: 共同購入で一人8銭出すと3銭余り、7銭出すと4銭不足 人数と価格を求めよ。

⑧第8章「方程章」: 全18問

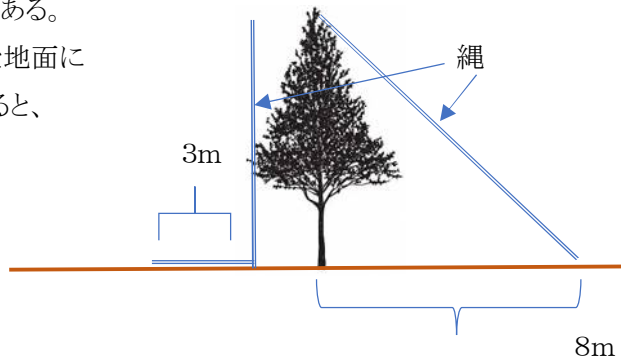
多元一次の連立方程式の解法 < 正負の数字の計算 >

問題例: 良馬は1頭で、中馬は2頭で、下馬は3頭で、それぞれ4トンの荷物を坂道まで引いてきたが、みな登ることができなかった。しかし、良馬は中馬1頭を、中馬は下馬1頭を、下馬は良馬1頭を借りると、いずれも登ることができた。良馬、中馬、下馬は、それぞれ1頭でいくらの重さを引くことができるか。

⑨第9章「句股(こうこ)章」: 全24問

ピタゴラス定理と同様の「句股之法」。直角三角形の短辺を「句(こう)」、長辺を「股(こ)」、角を結んだ線を「弦」という。この問題の応用が『海島算経』である。

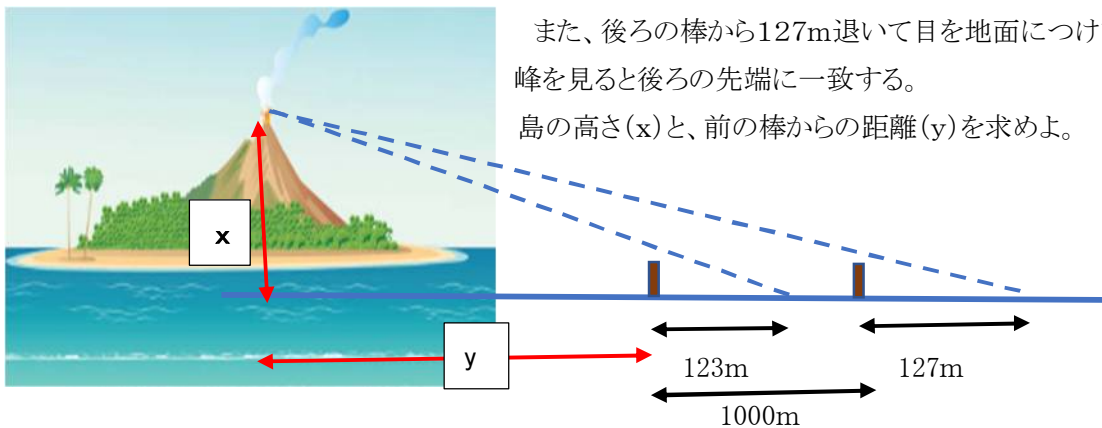
問題例: いま立木があり、その梢に縄を繋ぐと地面に3m垂れる。また、縄を引いて後退すると、木の根元から8mで縄が尽きる。縄の長さは何 m か?



⑩『海島算経』

陸地から遠く離れた海中の島の高さ
陸地からの距離を求めるもの。

問題例: 海中に島がある。高さ3mの2本の棒を前後1000m隔て、2本の棒と島が一直線になるように立てる。ここで前の棒から123m退いて目を地面につけて島の峰を見ると前の棒の先端に一致する。

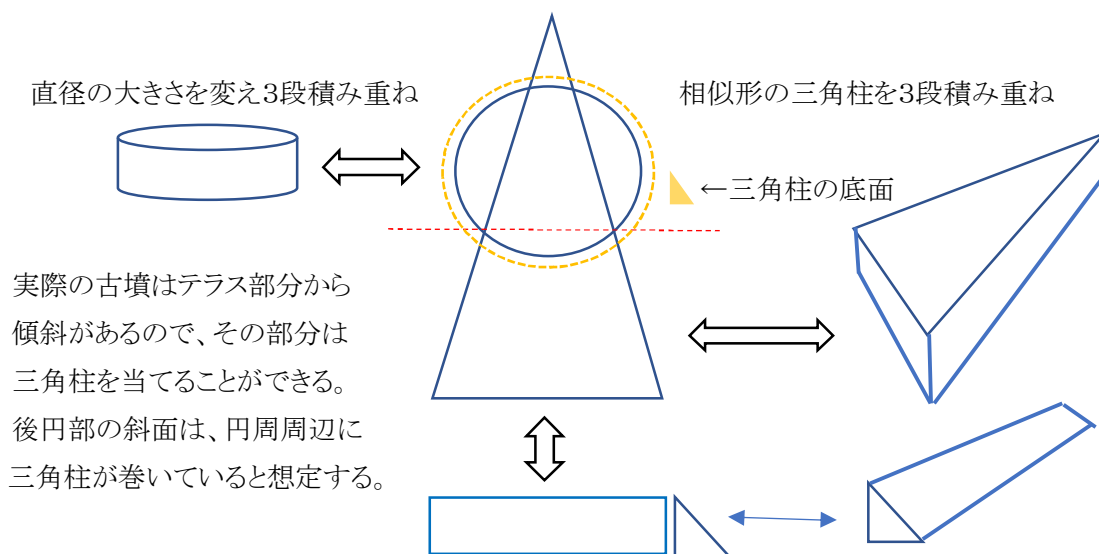


また、後ろの棒から127m退いて目を地面につけて島の峰を見ると後ろの先端に一致する。
島の高さ(x)と、前の棒からの距離(y)を求めよ。

2. 前方後円墳の中に『九章算術』を探す ~ 履中天皇陵古墳の中に ~

巨大古墳の築造技術に、『九章算術』や『海島算経』の算術が使われたかどうかについては判らないが、少なくとも大宝律令(701年)の頃には大学寮で「九章算術」、「周脾算経」の使用が規定されている。綺麗に整形された履中天皇陵古墳の中に、『九章算術』を探してみる。

前方後円墳の計測図を見ると、円形・円柱と三角形・三角柱の組み合わせから成り立っていることが判る。



以上のように構成すると、『九章算術』の算式を応用して、盛土量を算出することができる。

(1) 前方部の盛土計算 ⇒ ＜商功章の応用＞

- ① 三角柱の体積計算 三角形面積(=底辺×高さ×1/2) × 高さ(段の高さ)
- ② 後円部に重なる部分の三角柱の体積計算 計算式は①と同じ
- ③ 斜面部分を除く前方部の体積計算 ①で算出した数値 - ②で算出した数値
- ④ 斜面部分の体積計算 三角形面積(=底辺×高さ×1/2) × 長さ(辺)

(注) 実際の古墳では二等辺三角形の底角部分にはみ出しが生じているので、高さの数値をプラスアルファすることにより精度を上げることができる。

- ⑤ 前方部全体の体積計算 ③で得た数値 + ④で得た数値
- 以上の①～⑤を段数分繰り返し合計する。

(2) 後円部の盛土計算 ⇒ ＜商功章の応用＞

- ① 円柱の体積計算 円の面積(=3.14×半径の二乗) × 高さ
- ② 前方部にかかる弧部分(上図の赤破線と弧に囲まれた部分:くびれ部分)の体積計算
この部分の体積計算には、三角関数の知識が必要であり、『九章算術』のみで算出することはできない。よって、誤差を前提に、この領域を三角柱に置き換えて計算を行う。



三角柱面積(=底辺×高さ×1/2) × 高さ(段の高さ)

③ 円周斜面部分の計算

三角形面積(=底辺×高さ×1/2) × (円周の長さ - 前方部にかかる弧の長さ) ÷ 3
* 円周の長さ=直径 × 3.14

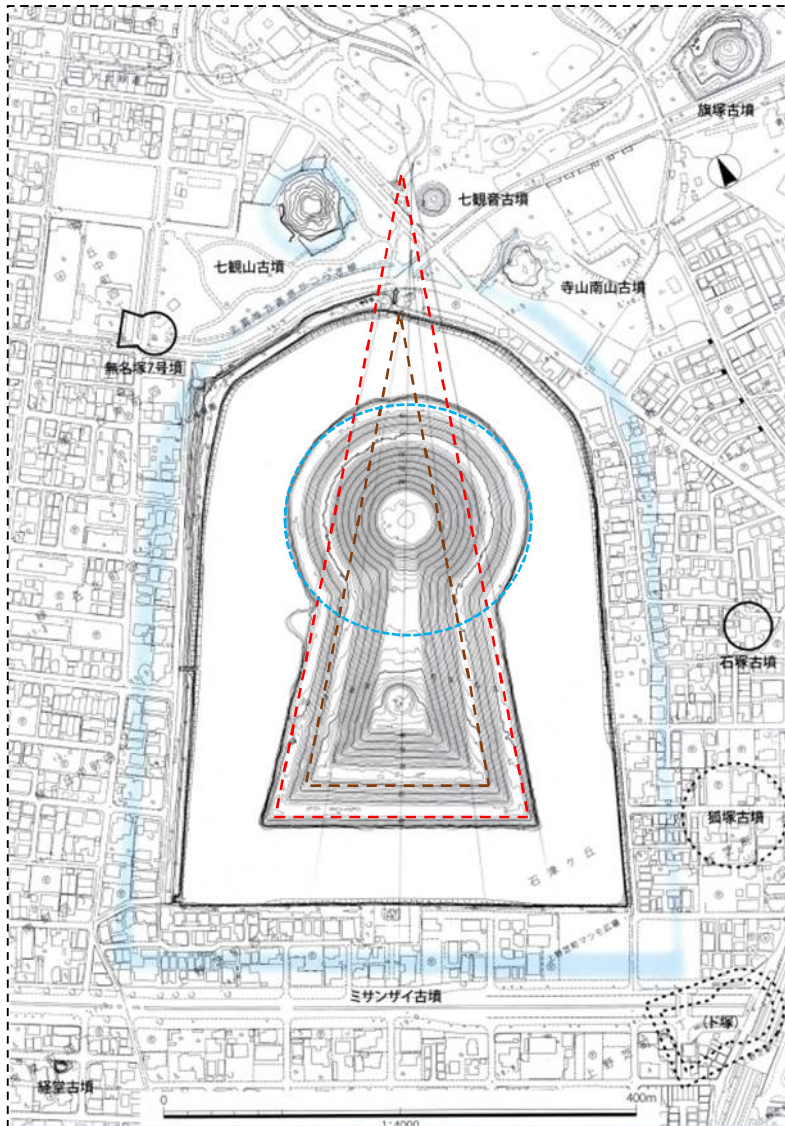
④ 後円部全体の体積計算

①で算出した数値 - ②で得た数値 + ③で得た数値
以上の①～④を段数分だけ繰り返し合計する。

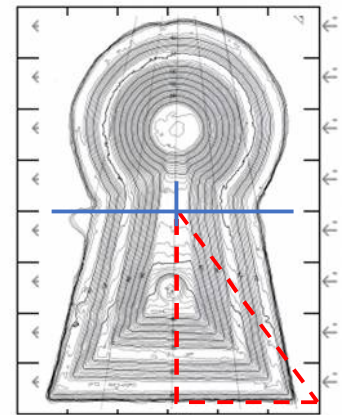
(3) 古墳築造に関するその他の数値

- ①採石場や採土場から古墳築造場所までの距離 ⇒ 『海島算経』を応用(1項の⑩参照)
- ②荷物の重さと運搬距離の関係 ⇒ 『九章算術』の「均輪章」「方程章」を応用(1項の⑧参照)
- ③掘削する周濠の大きさ ⇒ 『九章算術』の「商功章」を応用

【履中天皇陵古墳計測図から見える設計思想】



①「句股(こうこ)章」との関連
短辺(句) = 3 長辺(股) = 4の
直角三角形を展開すると、
6×8のマトリックス(句股図)と
なる。これに墳形をはめると
くびれ部と中心線が交わる点を
起点に「句股之法」が成り立つ。



- ②1段目の墳丘は七観音古墳
付近を頂点とした二等辺三角形と
一致する。
- ③1段目のものと相似の二等辺
三角形をテラスの幅と同じ長さで
ずらすと、2段目、3段目のライン
と一致し、またテラスのラインを
平行に設計できる。

【参考文献】

- ・『科学の名著 中国天文学・数学集』から「中国の天文学と数学」薮内清
「劉徽註九章算術」川原秀城訳 朝日出版社 1980
- ・『方格法の渡来と複合形古墳の出現』 梶国男 菊池書館 2009
- ・『前方後円墳 その起源を解明する』 藤田友治 編著 ミネルヴァ書房 2000

【参考】 中国の度量衡の単位

・前漢から後漢にかけての1尺は約23cm

1歩=6尺=約138cm

・魏晋春秋時代では1尺は約25cm

1歩=6尺=約150cm

*『魏志倭人伝』では卑弥呼の墓は直径約100歩
= 直径約150mに相当

中国の度量衡の単位												
①度												
忽	秒 (絲)	毫	釐	分	寸	尺	丈	引	端	疋 (匹)	步	里
	十忽	十秒 (絲)	十毫	十釐	十分	十寸	十尺	十丈	五十尺	四十尺	六尺	三百步
②面積												
畝	頃											
二百四十平方步	百畝											
③量												
粟	圭	撮	抄	勺	合	升	斗	斛 (石)	釜	庾	秉	
六粟	十圭	十撮	十抄	十勺	十合	十升	十斗		六斗四升	十六斗	十六斛	
④衡												
黍	秬	銖	分	兩	斤	秤	鈞	石				
	十黍	十秬	六銖	四分	十六兩	十五斤	二秤	四鈞				